

9363

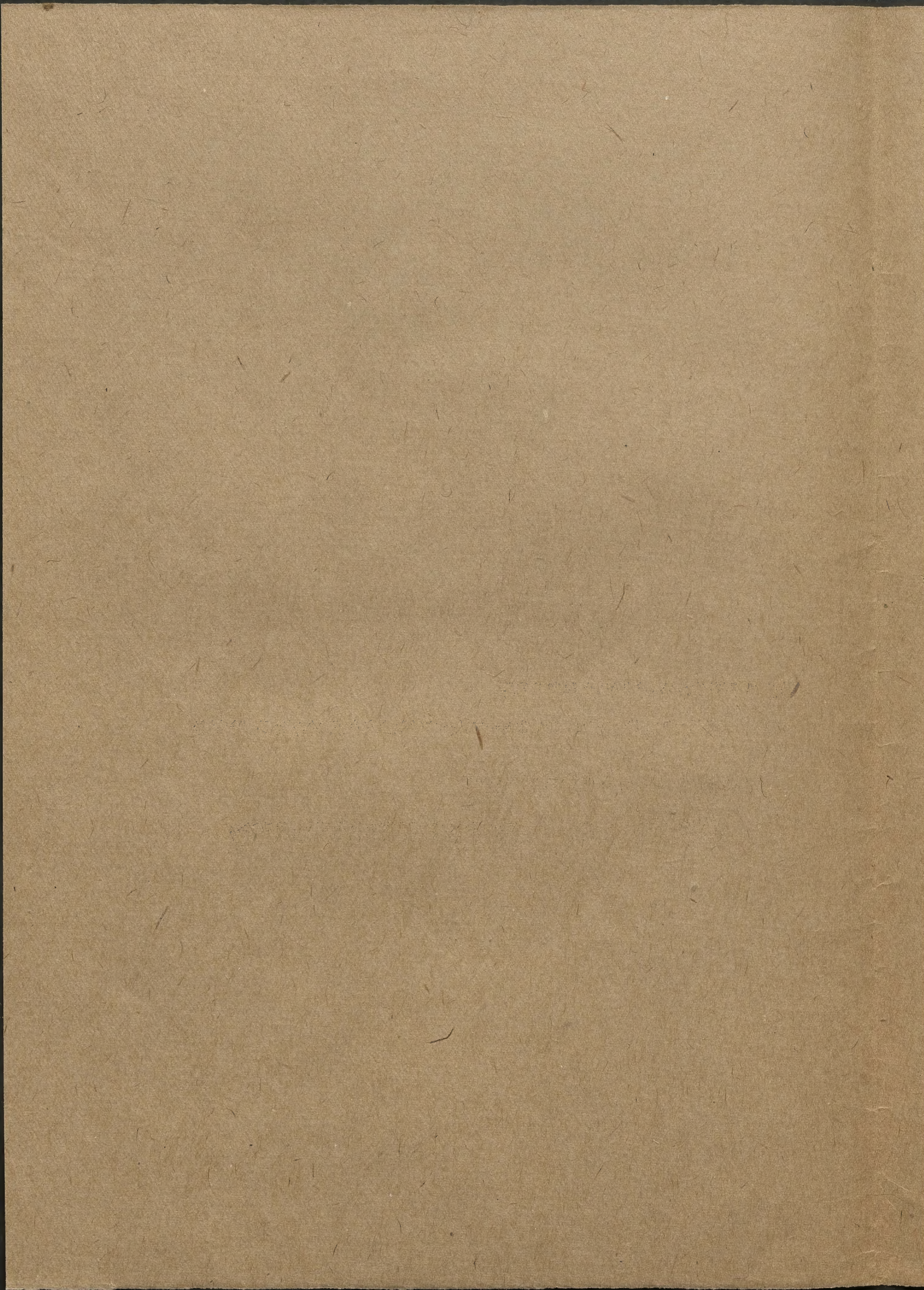
Bibl. Jag.

IV



M. Smoluchowski

Studien über Kolloidstatistik --
Theoretische Bemerkungen --



Studien über Kolloidstatistik und den Mechanismus der Diffusion

[71]

Kolloid-Zeit. 18. S. 48-53

M. v. Smoluchowski

— Cong. S. 14. 2. 16.
I. 16. 2. 16.

Einer Anregung der gelehrten Schriftleitung folgend möchte ich im Folgenden eine zusammenfassende Übersicht über einen neuen und noch manchen Erfolg versprechenden Zweig der Kolloidforschung geben, welchen man vielleicht kurz als Kolloidstatistik bezeichnen könnte. Die Entwicklung derselben gieng von gewissen theoretischen Untersuchungen^{*)} aus, welche ich ~~im~~ im J. 1903 und 1907 betriebs der Wahrscheinlichkeit des Auftretens automatischer Dichte- und Konzentrations-Schwankungen in Gasen und Lösungen angestellt hatte, und welche auch hier kurz berührt werden müssen.

Ohne alle Rechnung ist verständlich, dass die ^{Gas-} (Moleküle, bzw. Kolloidteilchen in einem gegebenen Volumen ^{nicht} genau gleichförmig anordnen werden, denn dies wäre gleichbedeutend mit der Regelmäßigkeit der Anordnung, welche für den kristallinen Zustand charakteristisch ist. Aber wird die Zahl n der augenblicklich in gleichgroßen Volumenteilen ^V vorhandenen Teilchen bald größer, bald kleiner sein als der Durchschnittswert \bar{n} , welcher bei gleichmäßiger Verteilung derselben resultieren müsste, so dass der Betrag der Verdichtung $\delta = \frac{n - \bar{n}}{\bar{n}}$ in verschiedenen Teilen unregelmäßige positive und negative Werte annimmt. Als Maß der Ungleichförmigkeit führt man am besten^{*)} den Betrag des sog. mittleren Schwankungsquadrates $\overline{\delta^2}$ ein, d. i. den Durchschnittswert der Verdichtungsquadrate. ~~Hierfür~~

Hierfür ergeben nun jene molekular-theoretischen Berechnungen die einfache Formel

$$\overline{\delta^2} = \frac{HT}{N} \beta \quad (1)$$

in welcher H die allgemeine Gaskonstante, N die Loschmidt-Avogadro'sche Zahl, T die absolute Temperatur und β die osmotische Kompressibilität: $\beta = \frac{1}{\bar{v}} \frac{\partial \bar{v}}{\partial p}$ bedeutet.

Für den Fall, wenn die Teilchen keinerlei Anziehungs- oder Abstossungskräfte auf einander

*) Boltzmann-Festschrift 1904 p. 626; Ann. d. Phys. 25, 205, 1908. Zum Teile ~~ist~~ diese Theorie in ausführlicher Form von R. Lorenz u. W. Eitel niedergegeben worden: Z.S. f. phys. Chem. 87, 293, 434, 1914.

**) Man kann statt dessen auch den durchschnittlichen Betrag der Absolutwerte $|\delta|$ einführen, wie dies in Svoboda's Arbeit gescheh, doch sind die betreffenden Rechnungen etwas umständlicher. Für die Resultate ist das ohne Einfluss.

Die hier über die Statistik und die Verhältnisse der Bevölkerung

Dr. v. Landwehr

I.

Die Statistik ist eine Wissenschaft, die sich mit der Erfassung, Aufzeichnung und Auswertung von Daten beschäftigt. Sie ist eine wichtige Grundlage für die Politik und die Wirtschaft. Die Statistik ist eine Wissenschaft, die sich mit der Erfassung, Aufzeichnung und Auswertung von Daten beschäftigt. Sie ist eine wichtige Grundlage für die Politik und die Wirtschaft.

Die Statistik ist eine Wissenschaft, die sich mit der Erfassung, Aufzeichnung und Auswertung von Daten beschäftigt. Sie ist eine wichtige Grundlage für die Politik und die Wirtschaft.

Die Statistik ist eine Wissenschaft, die sich mit der Erfassung, Aufzeichnung und Auswertung von Daten beschäftigt. Sie ist eine wichtige Grundlage für die Politik und die Wirtschaft. Die Statistik ist eine Wissenschaft, die sich mit der Erfassung, Aufzeichnung und Auswertung von Daten beschäftigt. Sie ist eine wichtige Grundlage für die Politik und die Wirtschaft.

Die Statistik ist eine Wissenschaft, die sich mit der Erfassung, Aufzeichnung und Auswertung von Daten beschäftigt. Sie ist eine wichtige Grundlage für die Politik und die Wirtschaft.

Die Statistik ist eine Wissenschaft, die sich mit der Erfassung, Aufzeichnung und Auswertung von Daten beschäftigt. Sie ist eine wichtige Grundlage für die Politik und die Wirtschaft.

$$\frac{H}{V} = \frac{H}{V}$$

Die Statistik ist eine Wissenschaft, die sich mit der Erfassung, Aufzeichnung und Auswertung von Daten beschäftigt. Sie ist eine wichtige Grundlage für die Politik und die Wirtschaft.

$$\frac{H}{V} = \frac{H}{V}$$

Die Statistik ist eine Wissenschaft, die sich mit der Erfassung, Aufzeichnung und Auswertung von Daten beschäftigt. Sie ist eine wichtige Grundlage für die Politik und die Wirtschaft.

Die Statistik ist eine Wissenschaft, die sich mit der Erfassung, Aufzeichnung und Auswertung von Daten beschäftigt. Sie ist eine wichtige Grundlage für die Politik und die Wirtschaft.

Die Statistik ist eine Wissenschaft, die sich mit der Erfassung, Aufzeichnung und Auswertung von Daten beschäftigt. Sie ist eine wichtige Grundlage für die Politik und die Wirtschaft.

Die Statistik ist eine Wissenschaft, die sich mit der Erfassung, Aufzeichnung und Auswertung von Daten beschäftigt. Sie ist eine wichtige Grundlage für die Politik und die Wirtschaft.

Die Statistik ist eine Wissenschaft, die sich mit der Erfassung, Aufzeichnung und Auswertung von Daten beschäftigt. Sie ist eine wichtige Grundlage für die Politik und die Wirtschaft.

ansetzen, wenn also für den osmotischen Druck des Doyle'schen Gastes gilt, reduziert sich dieselbe auf:

$$\bar{S}^2 = \frac{1}{\nu} \quad \text{--- -- -- (2)}$$

Dann ist also das mittlere Verdichtungsquadrat gleich dem reziproken Werte der durchschnittlich auf das betrachtete Volumen entfallenden Teilchenzahl. Wird der betreffende Kompressibilitäts-Koeffizient mit β_0 bezeichnet, so kann ~~man~~ (1) auch in der übersichtlichen Form ~~g~~ dargestellt werden:

$$\beta = \beta_0 \nu \bar{S}^2 \quad \text{--- -- -- (3)}$$

Der Sinn dieser Beziehung ist übrigens auch ohne Rechnung verständlich, denn eine Vergrößerung des Verdichtungsquadrates (Neigung zur „Schwarmbildung“) weist offenbar auf innere Anziehungskräfte hin, welche gleichzeitig eine Verminderung der Kompressibilität bewirken müssen, während eine auf der Existenz abstoßender Kräfte beruhende übergröÙe Gleichförmigkeit mit einer Verminderung der Kompressibilität parallel geht.

Jene Inhomogenitäten der Dichte, bzw. Konzentration, welche unter Umständen (im krit. Lösungspunkt, in groÙ kolloidalen Lösungen) sich außerordentlich steigern, geben sich bekanntlich optisch als Opaleszenz (Tyndall'sches Phänomen) zu erkennen, und auf diesem für weitere Forschung noch sehr aussichtsreichen Gebiete hat jene Theorie bereits mancherlei experimentelle Bestätigungen und auch theoretische Ergänzungen erfahren.*) Ohne hierauf an dieser Stelle näher einzugehen, wollen wir die direkten Anwendungen jener ~~theoretischen~~ Überlegungen auf statistische Zählungen von Kolloidteilchen besprechen, welche gemäß dem eben Gesagten die Erkenntnis der Gestalt des osmotischen Druckes und der zwischen den Teilchen wirkenden Kräfte ermöglichen.

Offenbar sind zwei Methoden zur Bestimmung des Schwankungsquadrates \bar{S}^2 denkbar: entweder wird eine mikrophotographische Moment-Aufnahme einer planparallelen, eine große Anzahl Teilchen enthaltenden Schicht hergestellt, auf welcher sodann die Teilchenzahlen n für gleich große nebeneinander liegende Flächenelemente ermittelt werden, oder aber es werden die Zahlen n für ein und dasselbe Volumenelement zu wiederholten Malen bestimmt, wobei photographische oder (bei kleiner Teilchenszahl) subjektive Beobachtung anwendbar ist.

^{*)} Svedberg hat das Verdienst, diese systematischen Zählungen zum ersten Mal als Forschungsmethode praktisch angewendet zu haben. Er ~~bediente sich des~~ ^{verwendete das} subjektiven ~~theoretischen~~ Verfahrens an, indem er mittels sehr verengter Okularblende einen kleinen Teil der im Spalt ultramikroskop zur Untersuchung

*) Literatur: N. Smoluchowski, Phys. ZS. 13, 1069, 1912; außerdem insbesondere L. Ornstein, Amsterdam. Proc. 17, 793, 1914; F. Zernicke, Dissertation, Groningen 1914.

**) Th. Svedberg, ZS. f. phys. Chem. 73, 547, 1910. Weitere Literatur ~~über~~-zusammenstellung: Th. Svedberg, Jahrb. d. Radioakt. 10, 467, 1913.

... dass die ...

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(2)

... dass die ...

(3)

$$1 = 2 \cdot \frac{1}{2}$$

... dass die ...

... dass die ...

... dass die ...

... dass die ...

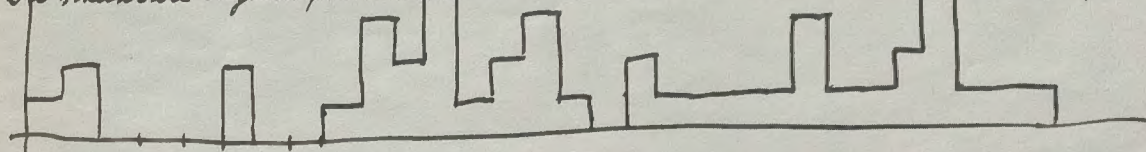
... dass die ...

Kommenden Kolloid-Schicht beobachtet, welche mittels rotierendem Sektor in äquidistanten Zeitpunkten (39 mal pro Minute) durchleuchtet wurde. Die Zahl der jedesmal gerade sichtbaren Teilchen wurde notiert, und so kamen lange Beobachtungsreihen zustande, von denen als charakteristisches Beispiel der Anfang einer auf eine sehr verdünnte Goldlösung bezüglichen angeführt sein möge, welches Svedberg explizite angibt:

~~die Folge der Beobachtungen pro Beobachtung~~

120 002 001 3 24 1231 02 111 131 125 1110 2331 3332 2 111 224 221 22 6 12

Die scheinbare Regelmäßigkeit derselben ~~ist~~ noch ~~so~~ anschaulicher in der graphischen Darstellung (Fig. 1) herv.



(Fig.)

Diese Zahlenreihe, welche 518 Beobachtungen umfasst, gibt als Resultat des arithmetischen Mittel: $\bar{x} = 1.55$, das Schwankungsquadrat (welches sich am einfachsten nach der Formel:

$$\bar{s}^2 = \frac{1}{k} \sum_{k=1}^k n^2 - \bar{x}^2 \quad \text{berechnen lässt): } \bar{s}^2 = 0.636. \quad \text{Aus der Formel (2) wird der Wert}$$

$\bar{s}^2 = 0.647$ folgen, welche treffliche Übereinstimmung die Gültigkeit des Doyle'schen Gesetzes beweist.

Dass letzteres für stark verdünnte Lösungen anwendbar sein muss, war von vornherein klar, daher kann man Svedberg's Messungen, welche die Gültigkeit von (2) für ~~sehr~~ große Verdünnung erwiesen, sowie andere Resultate von Iljin als eine Verifikation der Grundlagen der Molekulartheorie betrachten.

Hervorragendes Interesse bietet aber nun die Frage nach dem bei größerer Konzentration auftretenden Abweichungen, welche die Gesetze der zwischen den Teilchen wirkenden Kräfte erkennen lassen und so ~~ein~~ ^{über} ein Hauptproblem der Kolloidforschung Aufschluss geben müssen. ^(an einer großen Zahl verschiedener kolloider Lösungen angestellt) Diesbezüglich gaben die Messungen Svedberg's und seiner Mitarbeiter das auffallende Resultat, dass beträchtliche Abweichungen von der Doyle'schen Kompressibilität – und zwar im Sinne einer Verminderung derselben – bereits bei Volumen-Konzentrationen von der Größenordnung $10^5 - 10^6$ auftraten. Es scheint jedoch, dass diese Ergebnisse im Wesentlichen auf eine ~~der~~ subjektiven Beobachtungsmethode anhaftende Fehlerquelle zurückzuführen sind.

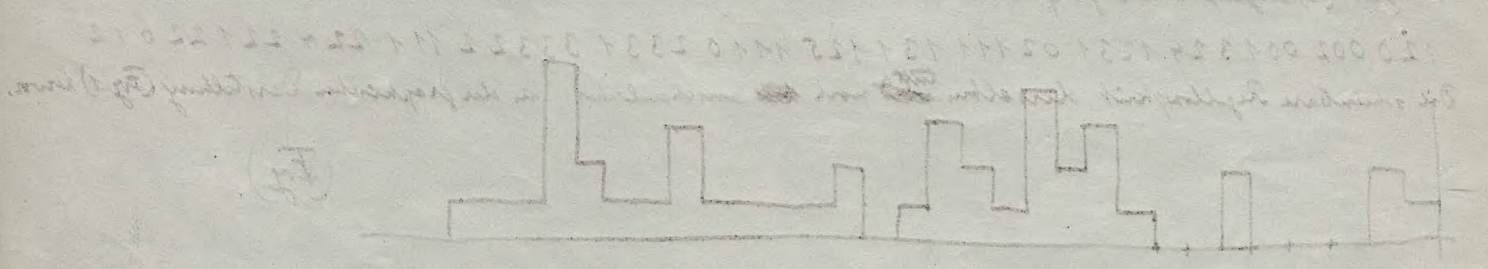
Ein bedenklicher Umstand war es vor allem, dass ~~Iljin~~ ^{Wistgren*)} bei einer Untersuchung, die ^{nach einer anderen, im nächsten Abschnitt zu besprechenden Methode} ~~ausführte~~ ^{angeführt} wurde, das Doyle'sche Gesetz ^{erh} (in jenem Konzentrationsgebiet ganz gut bestätigt fand. Svedberg suchte zwar mittels zweier schwer haltbarer Überlegungen beide Resultate zu vereinigen. Da aber unlängst ^{**)} Constantin nach beiden Methoden in vollkommen übereinstimmender Weise zu dem Resultate gekommen ist, dass (für eine Summigkeit-Lösung) das Doyle'sche Gesetz bis zu einer Volumen-Konzentration von ∞ sehr genau gültig bleibt, und dass erst von da an eine

*) A. Wistgren, Arkiv f. nat. Svensk. Skad. 9, 5, 30 (1913). Verf. ist von der daselbst ausgesprochenen Vermutung,

~~das das~~ dass das ~~Abw.~~ Gleichverteilungsgesetz der Energie für Kolloide ungelteig sei, später abgekommen, und hat die weiterhin erwähnte Fehlerquelle erkannt.

**) R. Constantin, C. R. 158, 1171, 1341, 1914; J. Perrin, C. R. 158, 1168, 1914.

1
 Einmal im Tag... (faint text at the top of the page)



Die Temperatur der Luft (in Grad Celsius) am 1. April 1911
 Mittel: 12.7, der Schwankungsbereich: 0.0 bis 12.7
 Die Temperatur der Luft (in Grad Celsius) am 2. April 1911
 Mittel: 12.7, der Schwankungsbereich: 0.0 bis 12.7
 Die Temperatur der Luft (in Grad Celsius) am 3. April 1911
 Mittel: 12.7, der Schwankungsbereich: 0.0 bis 12.7

Die Temperatur der Luft (in Grad Celsius) am 4. April 1911
 Mittel: 12.7, der Schwankungsbereich: 0.0 bis 12.7
 Die Temperatur der Luft (in Grad Celsius) am 5. April 1911
 Mittel: 12.7, der Schwankungsbereich: 0.0 bis 12.7
 Die Temperatur der Luft (in Grad Celsius) am 6. April 1911
 Mittel: 12.7, der Schwankungsbereich: 0.0 bis 12.7
 Die Temperatur der Luft (in Grad Celsius) am 7. April 1911
 Mittel: 12.7, der Schwankungsbereich: 0.0 bis 12.7
 Die Temperatur der Luft (in Grad Celsius) am 8. April 1911
 Mittel: 12.7, der Schwankungsbereich: 0.0 bis 12.7
 Die Temperatur der Luft (in Grad Celsius) am 9. April 1911
 Mittel: 12.7, der Schwankungsbereich: 0.0 bis 12.7
 Die Temperatur der Luft (in Grad Celsius) am 10. April 1911
 Mittel: 12.7, der Schwankungsbereich: 0.0 bis 12.7

zunehmende Verminderung der Kompressibilität eintritt, kann man diese Frage wohl als entschieden ansehen. ~~Dies~~

Dabei sind Constantin's ~~Zählungen~~ ^{ein zwischen Deckgläschen eingedrucktes Präparat herstellte mit einer Registrierung} ins ~~offene~~ ^{offene} zuverlänger, da letzteres die objektive, photographische Methode verwendete. Subjektive Beobachtung ~~ist~~ ^{ist} im Feld ultramikroskop scheint dadurch Anlass zu systematischen Fehlern im Sinne einer Verminderung des \bar{F}^2 zu geben, dass in konzentrierten Lösungen das betrachtete Volumen (wegen Zerstreuung des Lichtes) nicht scharf begrenzt ist, und daher das Erkennen eines Teilchens in den Randschichten von dem Grade des Helligkeitskontrastes abhängt.

Perrin schließt aus einer Diskussion der Constantin'schen Messungen, dass die Verminderung der Kompressibilität durch das ^{Eigen} Volumen der Teilchen nicht hinreichend erklärt wird, und dass in der Existenz abstoßender ^(von elektrischer Natur) ~~Einwirkungskräfte~~ ^{Einwirkungskräfte} zu suchen ist, deren Wirkungssphäre mit dem Teilchenradius ^(0.33 μ) vergleichbar ist. Von einer Weiterführung derartigen Untersuchungen unter verschiedenen Versuchsbedingungen kann man sich noch große Erfolge versprechen.

II.

Wie schon erwähnt wurde, können Aufschlüsse über die obigen Fragen auch mittels einer zweiten Kolloidstatistischen Methode erhalten werden, welche auf der von Einstein und mir theoretisch vorausgesehenen und von Perrin eingehend experimentell untersuchten Tetrache*) ^(sedimentierte) beruht, dass Kolloidale Lösungen sich infolge der Schwerkraft in ähnlicher Weise mit variabler Dichte verteilen wie eine Gasatmosphäre. In verdünnten Lösungen, wo das Boyle'sche Gesetz Anwendung findet, gilt also die gewöhnliche barometrische Exponentialformel:

$$n = n_0 e^{-\alpha z} \quad \dots \dots \dots (4)$$

wo der Koeffizient α mit dem scheinbaren Gewicht der Teilchen und der Temperatur mittels der Beziehung $\alpha = \frac{N}{H T} m (1 - \frac{\rho}{\rho'})$ zusammenhängt, ~~und~~ auf der experimentellen Bestimmung der Konstanten derselben ~~beruht~~ ^{beruht} das von Perrin und seinen Mitarbeitern am meisten angewandte Verfahren zur Berechnung der Loschmidt-Avogadro'schen Zahl N , ~~welche~~ ^{welche} dessen Kenntnis durch die bekannten Schriften jenes Autors hinreichend popularisiert ist, so dass ~~in dieser Stelle weitere Bemerkungen~~ ^{in dieser Stelle weitere Bemerkungen} überflüssig erscheinen.

Während in den betreffenden Arbeiten die Verteilung der Teilchen mittels subjektiver oder photographischer Abzählung in äquidistanten Horizontalschnitten bestimmt wurde, stellte Constantin in der oben erwähnten Arbeit photographische Aufnahmen einer dünnen vertikalen ^{Lamelle} ~~Schicht~~ her, welche ihm erlaubten, die Abzählung bis in den stark konzentrierten Schichten fortzusetzen, in denen bereits erhebliche Abweichungen vom Exponentialgesetz auftreten. Auf eine

*) A. Einstein, Ann. d. Phys. 19, 371, 1906; A. v. Smoluchowski, Ann. d. Phys. 21, 756, 1906; J. Perrin, ^{C.R.} 146, 967, (1908), 143, 475, 530, 594 (1908); Siehe auch: J. Perrin, Die Brown'sche Bewegung u. s. w. Dresden 1910; Die Ionen, Dresden 1914.

15
einfache, von Termin angegebene Art lassen sich aus denselben die vorher erwähnten Kompressibili-
tätswerte berechnen.

Wenn man nun diese Methode mit der vorher dargestellten vergleicht, so ist zu bemerken,
dass die Beobachtung des ~~S~~ Sedimentations-Gleichgewichts des unter mit einem Schläge die
Genauigkeit der Zustandsgleichung über ein großes Gebiet kontrollieren lässt, dass aber ihre
Anwendung ^{notwendigweise} ~~keine~~ (keine) vollkommene Gleichheit der Kolloidteilchen ~~unter natürlichen Umständen~~
voraussetzt, während dieselbe für die Methode der Konzentrations-Schwankungen ganz
gleichgültig ist. Das ist ein für die ~~Er~~ Zuverlässigkeit der letzteren offenbar sehr günstiger
Umstand.

III.

Gehen wir nun zu einem weiteren Zweig der Kolloidstatistik über zu Untersuchungen
der zeitlichen Veränderlichkeit der im ersten Abschnitte besprochenen Konzentrationsunter-
schiede, oder kurz gesagt: der Schwankungsgeschwindigkeit. Von vornherein ist begreiflich, dass
die Größe jener Inhomogenitäten und die Änderungsgeschwindigkeit derselben Erscheinungen
hildung, die von einander weitgehend unabhängig sind und von ganz verschiedenen Umständen
bedingt werden.

Letztere wird ja offenbar durch die Brownsche Molekularbewegung verursacht und muss
daher beispielsweise mit wachsender Viskosität des Lösungsmittels abnehmen, während die
nur ~~von~~ von der Kompressibilität abhängende mittlere Größe der Konzentrationschwankungen
 $\bar{\Delta}^2$ ~~hier~~ ^{bemerkte} noch nicht berührt wird. Dies hatte Svedberg auch wirklich bei vergleichenden Versuchen,
in welchen die Viskosität durch Zusatz von Zucker, Harnstoff u. dergl. erheblich ^{ver-} ~~ver-~~ändert wurde.

In einer quantitativen Untersuchung der ganzen Frage ist die Einführung eines Maßes
der zeitlichen Veränderlichkeit erforderlich, und zwar wollen wir als solches das mittlere
„Änderungsquadrat“ $\bar{\Delta}^2$ annehmen. Wir bilden uns also im obigen Falle die Quadrate der
Differenzen je zweier aufeinanderfolgender Teilchenzahlen: 14 004 4 014 14 9 11 4 14 10 u. s. w.
und ermitteln den Durchschnittswert derselben, was für die ~~ganze~~ ^{ganze} Svedberg'sche
Reihe $\bar{\Delta}^2 = 2.26$ ergibt. Für diese Größe habe ich nun unabhängig mittels recht
unentwickelter Rechnungen ^{*)} ~~aus~~ ^{auf} Einzelheiten hier einzugehen wohl nicht nötig ist, die
theoretische Beziehung:

$$\bar{\Delta}^2 = 2 \nu P$$

----- (5)

abgeleitet, wo P eine Größe ist, welche mit dem Diffusionskoeffizienten D der Kolloidsubstanz,
der Länge des zwischen aufeinanderfolgenden Beobachtungen verfließenden Zeitintervalls τ und

*) N. v. Smoluchowski, Wien, Ber. 123, 2381, 1914; Phys. ZS. 16, 321, 1915.

der Gestalt und Größe des betrachteten Volumens zusammenhängt und sich physikalisch vereinlichen lässt als derjenige Bruchteil einer anfänglich das betrachtete Volumen erfüllenden Kolloidsubstanz, welcher in der Zeit τ in das äussere Medium hinüber diffundieren würde, falls letzteres anfänglich aus reinem Lösungsmittel bestanden hätte.

Hat das optisch abgegrenzte Volumen - wie in Svedberg's Versuchen - die Gestalt einer planparallelen Schicht von der relativ geringen Dichte h , so lässt sich P für Zeiten τ , welche nicht allzu kurz sind, mittels der Näherungsformel berechnen:

$$P = 1 - \frac{1}{12} \left(\beta - \frac{1}{2!} \beta^3 + \frac{1}{3!} \beta^5 - \frac{1}{4!} \beta^7 + \dots \right) \quad \text{--- (6)}$$

Hätte es dagegen die Form eines Zylinders vom Radius a , dessen Mantelflächen von den Teilchen passiert werden, während die Grundflächen undurchdringlich sind, so gilt näherungsweise:

$$P = 1 - \alpha + \alpha^2 - \frac{5}{6} \alpha^3 + \frac{7}{12} \alpha^4 - \frac{7}{20} \alpha^5 + \frac{1}{180} \alpha^6 - \dots \quad \text{--- (7)}$$

Dabei sind β und α Abkürzungen für:

$$\beta = \frac{h}{2\sqrt{Dt}}; \quad \alpha = \frac{a^2}{4Dt};$$

Wird sowohl der Durchtritt der Teilchen durch die Grundflächen wie die Mantelfläche des Zylinders berücksichtigt, so ist das Produkt der Rechen (6) und (7) zu nehmen. Für andere Fälle lassen sich analoge Formeln ableiten.

Um nun eine Vergleichung mit Svedberg's Messungen anzustellen, berechnen wir den Diffusionskoeffizienten D (unter Voraussetzung kugelförmiger Teilchen vom Radius R und eines Zähigkeitskoeffizienten μ) nach der Einstein'schen Formel:

$$D = \frac{RT}{N} \frac{1}{6\pi\mu R} \quad \text{--- (8)}$$

Setzt man hinein die von Svedberg angegebenen Dimensionen der Goldteilchen ein, so ergibt sich $D = 1.04 \cdot 10^{-7}$ und hiermit berechnet sich mit Hilfe von (5) und (6) der theoretische Wert des Änderungsquadrates $\bar{\Delta}^2 = 2.60$. Die Übereinstimmung mit dem beobachteten Wert 2.25 ist in Anbetracht der nur belläufigen Kenntnis der zur Rechnung verwendeten Größen wohl ganz befriedigend; übrigens mag der Unterschied auch davon herrühren, dass wie Svedberg bemerkte, die Osmotische Bewegung in jenen mittels Keimflüssigkeit hergestellten Solen etwas verlangsamt ist, was wahrscheinlich von unregelmäßiger Gestalt der Goldteilchen herrührt.

Die Svedberg'sche Zahlenreihe lässt sich übrigens auch noch weiter ausweiten, indem man ~~Abstände~~ die Differenzen einer jeden Zahl mit der zweitnächsten, dritt nächsten u. s. w. bildet und so die Werte des Veränderlichkeitsquadrates für die doppelte, dreifache u. s. w. Intervallzeit bestimmt:

The first part of the paper is devoted to a discussion of the general principles of the theory of the structure of the atom. It is shown that the structure of the atom is determined by the laws of quantum mechanics, and that the laws of quantum mechanics are in agreement with the experimental facts.

$$E = h\nu$$

The second part of the paper is devoted to a discussion of the application of the theory of the structure of the atom to the study of the properties of the elements. It is shown that the theory of the structure of the atom can be used to explain the periodicity of the elements, and that it can be used to predict the properties of the elements.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

The third part of the paper is devoted to a discussion of the application of the theory of the structure of the atom to the study of the properties of the molecules. It is shown that the theory of the structure of the atom can be used to explain the properties of the molecules, and that it can be used to predict the properties of the molecules.

The fourth part of the paper is devoted to a discussion of the application of the theory of the structure of the atom to the study of the properties of the solids. It is shown that the theory of the structure of the atom can be used to explain the properties of the solids, and that it can be used to predict the properties of the solids.

$t =$	10	20	30	40	50	60
$\bar{\Delta}^2 =$	2.26	2.62	2.59	2.80	2.95	3.00

Die theoretisch vorausgesetzte Abhängigkeit von der Intervalldauer wird also bestätigt, indem sich diese Zahlen dem gemäß (6) für sehr lange Zeit gültigen Grenzwert: $\lim \bar{\Delta}^2 = 2\nu = 3.10$ nähern.

Weiteres Zahlenmaterial, welches sich analog wie jene Svedberg'sche Reihe zur Kontrolle unserer Theorie verwenden liess, liegt bisher nicht vor. Nur teilte mir A. Westgren unlängst mit, dass er eine experimentelle Verifikation mit günstigem Erfolge ausgeführt habe.

Die praktische Anwendbarkeit derartiger Untersuchungen liegt wohl hauptsächlich darin, dass sie erlauben, umgekehrt aus dem beobachteten $\bar{\Delta}^2$ den Koeffizienten β und aus demselben den Wert des D zu berechnen. Eine derartige, ~~mit~~ durch Registrierung der momentan sichtbaren Teilchen erhaltene Zahlenreihe bildet also ein präzises und ganz überraschend einfaches Mittel, einerseits die osmotische Kompressibilität, andererseits den sowohl für Diffusion wie für Brown'sche Bewegung maßgebenden Koeffizienten der Kolloidteilchen zu bestimmen. Letzteres lässt sich natürlich auch durch direkte Beobachtung der Brown'schen Bewegung ermitteln, mit welcher er durch die bekannte Gleichung zusammenhängt:

$$\bar{\Delta}^2 = 2Dt \quad \text{--- (9)}$$

doch dürfte obige Methode bequemer und genauer sein als die direkte Messung der Teilchenverschiebungen.

Direkte Messungen der Diffusion an grob dispergierten Systemen auszuführen ist sonst bisher nur A. Westgren gelungen, während Drillouin's Methode zwar ein interessantes Mittel zur qualitativen Demonstration bildet, aber in quantitativer Hinsicht leider nicht brauchbar ist. *)

IV.

Vom theoretischen Standpunkt aus verdienen die in Rede stehenden Erscheinungen ausserdem noch besondere Beachtung wegen der sehr interessanten Einblicke, die sie in den Mechanismus irreversibler Erscheinungen gewähren, und dies wollen wir mit Beziehung auf die Kolloidphysik noch etwas näher erläutern.

Schon aus dem Vorhergehenden ist klar, welche enger innerer Zusammenhang zwischen drei zusammengehörigen Phänomenen besteht: einerseits der Diffusion, andererseits der

*) A. Westgren, Z. S. f. phys. Chem. 89, 63, 1914; L. Drillouin, Ann. chim. phys. 27, 412, 1912; dass die Berechnung Drillouin's mangelhaft ist und überdies durch gewisse unkontrollierbare Umstände illusorisch gemacht wird, habe ich näher ausgeführt in: Wien. Ber. 129, 263, 1915.

1
 Osor'schen Rotularbewegung und der Konzentrationsveränderlichkeit. Letztere beiden ¹⁸
 Erscheinungen unterscheiden sich von einander eigentlich nur hinsichtlich des Standpunktes,
 indem bei der Osor'schen Bewegung die Ortsveränderungen ^{eines} ~~einzelnen~~ in demselben Teilchen
 verfolgt werden, während im Obley die in einem ruhenden Volumenteile der Lösung vor sich
 gehenden Ein- und Austrittsereignisse der Teilchen ins Auge gefasst werden. Beide Erscheinungen
 bilden — jede in etwas anderem Sinne — eine mikroskopische Kinetographische Analyse
 des Vorganges, welcher ~~sonst~~ sonst als Diffusion bekannt ist.

Nun scheint aber ein Widerspruch darin zu liegen, dass die Diffusion als Grundtypus
 eines irreversiblen Vorganges gilt, während obige Zahlenänderungen sich offenbar reversibel
 verhalten [oder vielmehr ^{ihnen} ~~ihnen~~ unregelmäßige ^{osillatorischen Charakter besitzen} ~~osillatorischen Charakter besitzen~~].

Um diese Verhältnisse besser zu überblicken, habe ich ^(s. o.) eine detaillierte Statistik der in
⁵¹⁷
~~Svedberg's~~ Zahlenreihe enthaltenen ~~Gruppen~~ Gruppen je zweier aufeinander folgenden Zahlen (n, m)
 entworfen und andererseits berechnet ich, wie häufig, der Wahrscheinlichkeitstheorie zufolge,
 unter den in jenen Versuchen gegebenen Umständen eine gewisse Teilchenzahl n von einer
 gewissen anderen Zahl m gefolgt, auftreten sollte. ~~(Tabelle)~~

Häufigkeit ~~der~~ der verschiedenen Zahlengruppen (n, m):

$m =$	0	1	2	3	4	5	6	7	
$n = 0$	45	35	19	7	5	—	—	—	exp.
	35.3	39.7	22.3	8.3	2.4	0.5	0.1	—	ber.
1	40	55	40	17	10	1	—	1	exp.
	39.7	59.6	42.0	18.9	6.2	1.6	0.3	0.1	ber.
2	19	42	35	24	6	2	1	—	exp.
	22.3	42.0	36.3	19.5	7.5	2.2	0.5	—	ber.
3	6	23	22	13	5	—	—	—	exp.
	8.3	18.9	19.5	12.5	5.6	1.9	0.5	—	ber.
4	2	8	10	4	6	2	—	—	exp.
	2.4	6.2	7.5	5.6	2.9	1.4	0.3	—	ber.
5	—	1	2	2	—	—	—	—	exp.
	0.5	1.6	2.2	1.9	1.1	0.5	0.2	—	ber.

Die aus dieser Tabelle ersichtliche Übereinstimmung des experimentellen und theoretischen
 Zahlenbildes ist als Kontrolle eines Wahrscheinlichkeitssystems gewiss ganz vorzüglich zu nennen.

Das Charakteristische dieser Zahlenreihe liegt darin, dass eine dem Mittelwert nahe
 Teilchenzahl ^{$n=1$} 1 oder ^{$n=2$} 2 sich zu wiederholen, eventuell zu vermehren oder zu vermindern pflegt,
 dass dagegen auf eine Zahl ^{$n=4$} 4 oder ^{$n=5$} 5 im nächsten Zeitintervall fast ausnahmslos eine
 kleinere Zahl ^{m} folgt. ^{stimmt} ~~ist~~ also die Anfangskonzentration ungefähr mit der normalen (ent-
 sprechend der umgebenden Flüssigkeit) überein, so treten positive oder negative Änderungen

10. 10. 10.

1875

gleich wahrscheinlich ~~ist~~ ein. Ist sie dagegen erheblich größer als die normale, so tritt anfangs fast sicher ein teilweiser Ausgleich derselben ein, was eben für die irreversible Diffusion charakteristisch ist. Trotzdem muss natürlich im Laufe langer Zeiträume jede Zahlengruppe (n m) ebenso häufig auftreten wie die umgekehrte Gruppe (m n), so dass die schwerer zu beobachtende geforderte prinzipielle Umkehrbarkeit aller molekularen Vorgänge hier verwirklicht ist.

Es kommt also offenbar Alles auf die Zeitdauer an, welche durchschnittlich zwischen wiederholtem Auftreten einer und derselben Teilchenzahl zu verfließen pflegt. Auch hierfür lässt sich eine theoretische Formel ^{*)} entwickeln, deren Resultate, verglichen mit den experimentell gefundenen durchschnittlichen Wiederkehrzeiten, in der nachfolgenden Tabelle zusammengestellt sind (wobei die Intervalldauer $\frac{1}{39}$ sec. als Einheit angenommen ist).

Durchschnittliche Wiederkehrzeiten Θ .

n =	0	1	2	3	4
Θ exp.	4.48	3.09	3.98	7.13	16.0
Θ ber.	5.54	3.16	4.05	8.09	20.9

Es wiederholt sich also 20. die Zahl 2 durchschnittlich nach je 4 Intervallen. Die größte von Svedberg in jener Reihe beobachtete Zahl betrug 7 und sie erschien nur einmal. Trotzdem berechnet man aus der für große n gültigen Näherungsformel

$$\Theta = \tau e^{\nu} \nu^{-n} n! \quad \text{--- (10)}$$

dass ihre ~~Wiederkehrzeit~~ 1105 Intervalle beträgt.

Wie rasch nun diese Größe wächst, wenn es sich um sehr abnormale Zustände handelt, sehen wir, wenn wir sie beispielsweise für $n = 17$ berechnen. Es ergibt sich: $\Theta = 10^{13} \tau$, also ungefähr 500.000 Jahre, falls die Messungen in dem von Svedberg gewählten Tempo fortgesetzt würden. Falls man also von einem solchen Konzentration als ~~ausgangs~~ Anfangszustand ausgeht, ~~dann~~ ^{und} man eine Rückkehr desselben nie erleben. Das erklärt uns wohl vollkommen, wieso eine und dieselbe Erscheinung uns einmal als reversible, der Brown'schen Bewegung analoge Konzentrationschwankung erscheint, wenn nämlich der Anfangszustand sehr wenig vom normalen entfernt ist, das andere Mal als scheinbar irreversible Diffusion, wenn es sich ^{nämlich} um relativ abnormale Anfangszustände handelt.

Noch viel krasser treten übrigens diese quantitativen Unterschiede hervor, wenn es sich um Fälle handelt, wo die Normalszahl ν eine größere ist; dann ist der Bereich der beobachtbaren Reversibilität noch ^{viel} enger umgrenzt, und zwar so dass die Größenordnung desselben mit einer für die Praxis vielleicht genügen den Annäherung etwa durch den 2-10 fachen Bereich der

*) ~~z.B.~~ a. a. O. ausserdem: R. v. Smoluchowski, Wien. Ber. 124, 339, 1915.

and the ... of the ...
 ... of the ...
 ... of the ...
 ... of the ...

... of the ...
 ... of the ...
 ... of the ...
 ... of the ...

No.	Date	Particulars	Debit	Credit	Balance
1	1875
2	1875

... of the ...
 ... of the ...
 ... of the ...

... of the ...
 ... of the ...
 ... of the ...
 ... of the ...

... of the ...
 ... of the ...
 ... of the ...

... of the ...
 ... of the ...
 ... of the ...

mittleren Konzentrationschwankung $\sqrt{\delta^2}$ definiert wird.

(10)

~~2. Schlussatz~~ Schließlich sei noch bemerkt, dass diese Erwägungen offenbar auch die Gültigkeitsgrenzen der üblichen Formulierungen des Entropiesatzes bestimmen, mit welchen ja die hier behandelten Konzentrationschwankungen ^(-ebenso wie die Brown'sche Molekularbewegung -) in direktem Widerspruch stehen. Eine einfache Rechnung zeigt uns, dass ~~in~~ einer Ansammlung von n Teilchen in einem Volumen, auf welches normalerweise ν Teilchen entfallen, eine ~~Arbeit~~ Arbeitsleistung seitens des osmotischen Druckes, im Betrage von $\nu \frac{RT}{N} \log \frac{n}{\nu}$, entspricht. Wenn wir also in jenem Svedberg'schen Versuch die Zahl 7 erscheinen sehen, so bedeutet dies, dass eine Arbeit von ca. 10^{13} Erg. „von selbst“ auf Kosten der Umgebungswärme geleistet wurde.

Trotzdem aber besteht der Satz von der Unmöglichkeit des perpetuum mobile — in des Wortes eigentlicher Bedeutung als dauernd wirkender automatischer Maschine — vollkommen zu Recht, da jene Schwankungen nur vom molekularen Zufall abhängen und sich auf keine Weise in eine regelmäßige Arbeitsquelle zusammenfassen lassen. Diese Anschauungen habe ich bei anderer Gelegenheit ^{*)} eingehender ~~behandelt~~ dargestellt; da die obigen Erscheinungen aber das erste Beispiel bilden, an welchem ich sowohl theoretisch wie experimentell der allmähliche Übergang zwischen dem Bereich der mikroskopischen Molekularkinetik und der Thermodynamik in ganz exakter Weise verfolgen lässt, wollte ich nicht unterlassen, auch an dieser Stelle darauf hinzuweisen, dass beide Gesichtspunkte ~~zu~~ widerspruchlos vereinbar ~~sind~~ sind, sofern man das heute schon genügend verlegte Dogma von der ~~unbegrenzten~~ ^{unbegrenzten} Gültigkeit des Entropiesatzes fallen lässt.

Wenn man schließlich die Art des zugrunde liegenden experimentellen Materials und die Tragweite der daraus entspringenden Schlüsse ~~zu~~ noch einmal überblickt, wird man wohl ~~zu~~ ein Gefühl der Verwunderung nicht unterdrücken können, wie viel Weisheit in einer scheinbar ganz regellosen Zahlenreihe nach Art der Svedberg'schen (oder in einer Momentaufnahme des Niedersatzes einer kolloidalen Lösung) enthalten ist.

*) M. v. Smoluchowski, Phys. Z.N. 13, 1069, 1912; Göttinger Vorträge i. Kinet. Theorie, Tübingen 1914 p. 89.

1. Types of

Left before 10:30 AM

2-7-0

(Theoretische) Studien über Enkelaionsstatistik und (den Mechanismus der) Diffusion.

Kolloid-statistische Untersuchungs methoden

Auf Anregung
Einer freundlichen ~~Sachbearbeiterin~~^{Erf.} der geobotanischen Schreiftleitung folgend, möchte ich im Folgenden eine zusammenfassende
Übersicht über einen neuen Zweig der Kollodforschung geben, welchen man vielleicht kürzer als "Kolloidstatistik"
~~(einige Vorzüge?)~~
Kolloidstatistik oder Emulsionsstatistik vorschlagen möchte.

Die Untersuchung der oben fällig von ~~bestimmten~~ (aus *)
~~Dem Vorgang, puncto bestimmten~~ gewisser theoretischer Untersuchungen, welche ab im J. 1903 und 1907 betreffen

der Wahrnehmbarkeit des Auftretens automatischer Dichte- und Konzentrationsveränderungen
in Gasen und Lösungen angestellt hatte. ^{und welche ~~1914~~ auch hier kurz berichtet werden können.} Das Hauptdiagnostische Ergebnis des oben laut wird, dass
das Tr. 11. 9. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827. 828. 829. 830. 831.

in Gasen und Lösungen angestellt hatte. ~~Das Hauptresultat des Experiments~~ lässt sich dahin ^{zusammenfassen, dass} ~~zusammenfassen, dass in diesem~~ Es ist ^{Offensichtlich} klar, dass die ^{resp. Kollekt teilnehm} ~~Resultate~~ ^{in einem gewissen Verh.} nicht genau gleich-
(der Erwärmung)

formig ~~ist~~ angeordnet sein können, denn das Vergleichsmerkmal mit der Regelmäßigkeit, welche für den kristallinen Zustand charakteristisch ist. Als Mass der Ungleichförmigkeit ^(bezogen auf ein gewisses Volumen) ~~führt~~ ^(der Verteilung)

→ man im Nuten ^{*)} den Betrag der sog. mittleren Schwerkraft ein ^{gibt} d.h. das ~~bewertete~~^{aus dem} Quadrat des Durchschnittswerts der Formel der Verdichtungsquadrate. Hierfür ergibt nun jene molekulartheoretischen Überlegungen die einfache Beziehung:

$$Z_{\text{N}} = \frac{1}{6} \cdot \rho \cdot V$$

wobei ρ die Dichte und V das betrachtete Volumen ist.

dan diese Größe nur von der (Normalzahl v der auf jenes Volumen entfallenden Teilchen) sowie von der Zustandsgleichung der betreffenden Lösung (oder Gase) abhängt. Über die Teilchen (2. S. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827. 828. 829. 830. 831. 83

Einwirkungs- oder Störungskräfte auf einander aus, es gilt also das Gesetz von Boyle Charles, so
wird $\delta^2 = \frac{1}{\rho}$

Und zwar ~~aus der~~ ~~$\vec{F} = \frac{R \cdot \vec{F}}{v}$~~ lässt sich ~~so~~ eine Beziehung für den Fall kollider Lösungen der
Boden in der Form darstellen:

$$\overline{\delta^2} = \frac{HT}{N} \frac{\beta}{V}$$

in welcher H die allgemeine Gaskonstante, N die Loschmidt-Avogadro'sche Zahl, T die absolute Temp. und β die (osmotische) Kompressibilität $\beta = \frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial p}$ bedeutet.

Für den Fall, wenn die Teilchen keinerlei Ausweichung oder Abstoßungs Kräfte auf einander ausüben, ~~was~~ ^{was}
für einen oszillatorischen Druck ^{dieser} also (das Boyle'sche Gesetz gilt, reduziert sich jene Gleichung auf: ~~das Boyle'sche Gesetz~~ ^{das Boyle'sche Gesetz})

$$\delta^2 = \frac{1}{\gamma}$$

$\delta^2 = \frac{1}{\gamma}$

Dann ist
Das Fugazitätsquadrat ~~ist~~ also gleich dem reziproken Werte der ^{Koeffizient} Teilchenzahl ~~Beziehung~~ ^{bezeichnet} ~~in~~ ^() auch in der übersichtlichen Formelschreibweise:
betrifft Kompressibilität, mit β_0 kann

$$\beta = \beta_0 \sqrt{\delta^2}$$

Der Sinn dieser Beziehung ist übrigens auch ohne jede Rechnung ~~klar~~ verstanden, denn ~~ist klar~~

~~Die~~ eine Vergrößerung des Verdichtungsquadrates $\bar{\sigma}^2$ (Neigung zur Schwarzbildung) weist offenbar auf innere Abschwächungskräfte hin, welche zugleich ebenfalls eine Verminderung der Kompressibilität bewirken müssen

* R. Zoum Eitel

während sie ~~auf der~~ ^{an} ~~der~~ ^{der} übersteht, fließt sie ~~parallel~~ ^{parallel} zum ~~Fluss~~ ^{Fluss} hinunter.

[Faint, illegible handwritten text, likely bleed-through from the reverse side of the page.]

[Faint, illegible handwritten text visible along the right edge of the page.]

$$e^{-\frac{N}{HT} \chi^{(2)} d\epsilon}$$

$$\int_0^V (p-p_0) dV = \frac{(V-V_0)^2}{2} \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)$$

$$= \frac{\delta^2}{2} V_0 \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)$$

$$-\frac{N}{HT} \frac{V_0}{2} \frac{1}{\beta} \delta^2$$

$$\int e^{-\alpha \delta^2} d\delta = -\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}$$

$$\int \delta^2 e^{-\alpha \delta^2} d\delta = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}$$

$$\frac{V-V_0}{V_0} = \delta$$

$$p = \frac{(2)HT}{V}$$

$$V \frac{\partial p}{\partial V} = p$$

$$\delta^2 = \frac{HT}{N} \frac{1}{V} \frac{\partial p}{\partial V} = \frac{1}{(2)V} = \frac{1}{V}$$

$$\frac{RT}{V_0} \rho = \frac{RT}{V} \rho$$

$$\left(\rho = \text{Dichte der} \right)$$

$$\left(\text{Einheit des Volumens} \right)$$

$$\left(\text{des 1 cm}^3 \text{ Einheits} \right)$$

$$\frac{HT}{N} = \frac{RT}{V}$$

folgendes Konzept
 in einem ~~ganzen~~ ^{Teilchen} wird die Zahl ν der ~~Teilchen~~ ^{vorhandenen Teilchen}
 Also ~~in~~ (in gleichgroßen Volumenteilen ~~haben~~ ^{vorhandenen} Teilchen vorhanden, ~~bedeutend~~ ^{bedeutend} ~~klein~~ ^{klein} ~~als~~ ^{als} ~~der~~ ^{der} Durchschnittswert ν welcher bei gleichmäßiger Verteilung ~~anzunehmen~~ ^{anzunehmen} ~~würde~~ ^{würde}, so dass
 der Betrag $\delta = \frac{\nu - \bar{\nu}}{\bar{\nu}}$ ~~in~~ ⁱⁿ ~~verschiedenen~~ ^{verschiedenen} ~~Teilchen~~ ^{Teilchen} ~~verschiedene~~ ^{verschiedene} ~~positive~~ ^{positive} und ~~negative~~ ^{negative} Werte ~~annimmt~~ ^{annimmt}.
 (der Verdünnung)

Nicht erfüllt wird, das Doyle'sche Gesetz ~~ist~~ in einem Konzentrationsgebiet ganz gut bestätigt fand.

~~Zunächst~~ ^{Da} ~~das~~ ^{unlängst} ~~(Dobson)~~ ^{Constantin} ~~sagte~~ ^{willkommen} nach ~~den~~ ^{beiden} Methoden in ~~seiner~~ ^{Charakteristische} Weise zu dem Resultat kam, dass (für eine Summizität Lösung) das D.S. bis zu einer Volum Konzentration von ~~un~~ ^{nur} ~~angehend~~ ^{giltig} ~~bleibt~~ ^{und} dass erst von ~~hier~~ ^{da} an eine zunehmende Verminderung der

Kompressibilität eintritt, kann man diese Frage wohl als entschieden ansehen. ~~Constantin's Zählungen, die~~

~~nach der~~ ^{Wahrscheinlichkeit} ~~der~~ ^{der} Messungen Constantin's liegt darin, dass ~~a~~ ^{bei} ~~dabei~~ ^{der} die objektive photographische Zählmethode verwendet. ~~Es scheint die~~ ^{Subjektive} ~~beobachtung~~ ^(die) ~~systematische Fehler~~ ^{herauszuheben,} ~~am dem 1. F. zu liegen.~~

~~in stark verunreinigten Substanzen~~
dass (in starken Konzentrationen) ~~ausgenommen~~ ^{ist} in der Regel dass beträchtliche Volumen nicht genügend scharf abgegrenzt wird

Zahlen

~~Der~~ ^{in einer Diskussion der} ~~Perrin~~ ^{schreibt aus} Constantin's Aussagen, dass die Verminderung der Kompressibilität ~~nicht~~ ^{nicht} durch das Covolumen der Teilchen ~~erklärt~~ ^{erklärt} wird und dass ~~die~~ ^{die} Existenz stotterender Teilkräfte ~~zusammenhang~~ ^{zusammenhang} zu beschreiben sei, über deren Natur ~~keine~~ ^{keine} Vermutung ~~aussetzt~~ ^{aussetzt} welche er mit d. d. Doppelhelix ~~ist~~ ^{ist} einer Weiterführung ~~der~~ ^{der} Untersuchungen unter verschiedenen Versuchsbedingungen sehr ~~erwünscht.~~ ^{erwünscht.} ~~Kann man sich noch~~ ^{gute Erfolge versprechen.}

~~Kann man~~ ^{Kann man} ~~abschließen~~ ^{abschließen} über die ~~folgenden~~ ^{folgenden} Fragen auch mittels einer ~~weiteren~~ ^{weiteren} Kolloidstatistischer Methode ~~schaffen~~ ^{schaffen}, welche auf der von ~~der~~ ^{der} Einstein und mir theoretisch vorausgeschickt und später ~~unabhängig~~ ^{unabhängig} davon? - von Perrin eingehend experimentell ~~unterstützt~~ ^{unterstützt} Tatsache ~~ist~~ ^{ist} beruht, dass Kolloide Lösungen sich im Schwerfeld ~~in~~ ⁱⁿ ähnlicher Weise ~~verhalten~~ ^{verhalten} wie eine Gasatmosphäre. In verdünnten Lösungen, wo das

Doyle'sche Gesetz ~~gilt~~ ^{gilt} ~~aber~~ ^{aber} die gewöhnliche ~~barometrische~~ ^{barometrische} Exponentialformel, ~~und~~ ^{und} ~~aus~~ ^{aus} der experimentellen Bestimmung der Constanten derselben ~~ermöglicht~~ ^{ermöglicht} ~~die~~ ^{die} ~~Bestimmung~~ ^{Bestimmung} der ~~besteht~~ ^{besteht} das von Perrin am meisten verwendete Verfahren zur Berechnung der Loschmidt-Avogadro Zahl.

Während Perrin und seine Mitarbeiter ~~in~~ ⁱⁿ ihren Fortschritten arbeiten die Verteilung mittels ~~(Abbildung in äquidistanten Horizontalen)~~ ^(Abbildung in äquidistanten Horizontalen) bestimmten, ~~stellte~~ ^{stellte} Constantin in der oben erwähnten Arbeit photographische Aufnahmen einer vertikalen Schicht her, ~~was ihm ermöglichte~~ ^{was ihm ermöglichte} ~~die~~ ^{die} welche ihm erlaubten, die Abzählung bis zu ~~(stark)~~ ^(stark) konzentrierten Schichten fortzusetzen, in denen bereits erhebliche Abweichungen vom Exponentialgesetz auftraten. Auf eine einfache, von Perrin angegebene Art liess sich ~~aus denselben~~ ^{aus denselben} ~~heraus~~ ^{heraus} die vorher erwähnten Kompressibilitätswerte ~~bestimmen~~ ^{bestimmen}.

~~Handelt es sich um~~ ^{Handelt es sich um} die Wenn man nur ~~den~~ ^{den} Methode mit der vorher dargestellten vergleicht, so ist zu bemerken dass ~~die~~ ^{die} Gravitationsgleichgewichte leichter mit einem Schlage die Genauigkeit der Zustandgleichung über ein ~~großes~~ ^{großes} Gebiet kontrollieren lässt dass aber ~~die~~ ^{die} Anwendung ~~keine~~ ^{keine} ~~unvermeidliche~~ ^{unvermeidliche} Voraussetzung hat, während dies ~~für~~ ^{für} die ~~stärkste~~ ^{stärkste} Methode der ~~Konzentrations~~ ^{Konzentrations} schwankungen ganz gleichgültig ist. Das ist ein für die Genauigkeit der letzten offenbar sehr günstiger Umstand.

$$\frac{100}{20} \cdot 55.2 = 550$$

36.12 = 432

Hat ^{die Form} es dasjenige ^{von Radius a} (mindesten) Zylinder, dessen
 Mantelfläche die Teilchen ~~bedecken~~ überdecken können, sind
 die Summflächen fast nur, so gibt näherungs weis:

$$P = 1 - a + a^2 - \frac{5}{6} a^3 + \frac{7}{12} a^4 - \frac{7}{120} a^5 + \frac{1}{180} a^6$$

 wo $a = \frac{a^*}{4\delta c}$

[Faint handwritten notes at the top of the page]

Date: _____

[Several paragraphs of very faint handwritten text follow.]

$\alpha = \frac{n(1 - \frac{r}{n})^2 N}{HT}$

[More faint handwritten text follows the formula.]

$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \dots + \frac{1}{T_n}$

[Additional faint handwritten text at the bottom of the page.]

Es ist die Aufgabe, diese auf die Stelle der vorerwähnten
(unter d. ungel. Elmsfeld) zu setzen, positiv die Lage
änderung zu betonen.

(12)

Wenn man sich vollständig über die Art des zugrunde liegenden experimentellen Materials und der Tätigkeit der daraus entwickelten
unterhalb des Schilms noch einmal versichert, so wird man wohl die Voraussetzung nicht unterbreiten können,
wie viel Wahrheit in einer anderen unregelmäßigen Verteilung noch ist der Handhabung (oder in einer
Anzahl von Fällen)
des Ordinations einer Person die unter ist.

16

16

2



Hand

16.



$$\frac{1}{16} - \frac{2x\sqrt{2}}{16} + 2\sqrt{6}$$

17

~~4+2x~~

25

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}(x^2+y^2) + \frac{3}{8}x^2 - \frac{15}{8}(x^2+y^2) + \frac{25}{32}(x^4+y^4+6x^2y^2)$$

$$+ \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}(x^4+y^4) + \frac{3}{2}x^2y^2$$

$$+ \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2}(x^4+y^4)$$

$$+ 2 + \frac{9}{2} - \frac{1}{2}(x^2+y^2) - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}(x^2+y^2) - \frac{80}{32}(x^4+y^4+6x^2y^2)$$

73

$$= 3 + \frac{9}{2} + \frac{5x^2+y^2}{4} + \frac{9x^2}{8} - \frac{15x^2+y^2}{8} + \frac{25}{32}(x^4+y^4+6x^2y^2)$$

$$- \frac{15x^2+y^2}{8} - \frac{15x^2+y^2}{8} - \frac{15x^2+y^2}{8} - \frac{15x^2+y^2}{8}$$

$$+ \frac{25}{32}(x^4+y^4+6x^2y^2) + 48x^2 + 48x^2y^2 - 40x^2 - 120$$

$$\frac{33x^4+25y^4+78x^2y^2}{32}$$

$$\frac{3}{2} \left\{ 6 + \frac{9}{2} + \frac{10x^2+y^2+2^2}{4} + \frac{9x^2}{8} - \frac{9}{8}(10x^2+9(y^2+2^2)) + \frac{66x^4+25(y^4+2^4)+78x^2(y^2+2^2)}{32} \right\}$$

$$14x^2+56y^2$$

$$3 + \frac{9}{2} + \frac{10x^2+y^2+2^2}{4} + \frac{9x^2}{8} - \frac{9}{8} \left[\frac{15(x^2+y^2)}{8} - \frac{10x^2}{8} - \frac{6(x^2+y^2)}{8} \right] + \frac{25(x^4+y^4+6x^2y^2)+48(x^2+y^2)}{32} - \frac{80(x^4+y^4+6x^2y^2)}{32}$$

$$6 + \frac{9}{2} + \frac{2x^2+y^2+2^2}{4} + \frac{9x^2}{8} + \frac{9}{8}(14x^2-9(y^2+2^2)) + \frac{-14x^4+25(y^4+2^4)-42x^2(y^2+2^2)}{32}$$

$$\frac{6x^2+5(y^2+2^2)}{4}$$

$$x^4 \left[\frac{1}{4} + \frac{7}{4} - \frac{7}{16} \right] = \frac{32-7}{16} = \frac{25}{16} \cdot \frac{3}{2}$$

$$(y^4+2^4) \left[\frac{1}{4} - \frac{9}{8} + \frac{25}{32} \right] = \frac{8-36+25}{32} = -\frac{3}{32} \cdot \frac{3}{2}$$

$$y^2 \left[\frac{2}{4} - \frac{9}{4} \right] = -\frac{7}{4} \cdot \frac{3}{2}$$

$$x(y^2+2^2) \left[\frac{2}{4} + \frac{14}{8} - \frac{21}{16} \right] = \frac{8+10-21}{16} = -\frac{3}{16} \cdot \frac{3}{2} = -\frac{9}{32}$$

$$\frac{1}{3}x^2 \left\{ \frac{1}{2} + \frac{2x^4 + y^4 + z^4 + 6xy^2 + 6xz^2}{16} + \frac{1}{8}(2x^2 - y^2 - z^2) - x^4 - 3x^2y^2 + 9x^2z^2 + y^4 + z^4 \right\}$$

$$\left\{ \frac{2x^4 + y^4 + z^4 - 2x^2y^2 - 2x^2z^2 - 2x^4 - 3x^2y^2 + 9x^2z^2 + y^4 + z^4}{8} - \frac{2x^4y^2 + 6x^2yz^2}{8} \right\}$$

$$1 - \frac{1}{8} + 1 = -\frac{1}{8} \cdot \frac{2}{3} = -\frac{1}{12}$$

$$2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{16}{35}$$

$$-\frac{1}{3} - \frac{2}{8} = -\frac{2}{3} - \frac{15}{8} = -\frac{23}{24}$$

$$\frac{-\frac{2}{3}y^2z^2}{x^4 + y^4 + z^4 + x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2}$$

$$+ \frac{x^4}{8} + \frac{y^4}{16} + \frac{z^4}{8} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 3 + \frac{2}{3} + 2 + 1 + 1 - 2y^2z^2$$

$$\frac{1}{b_0} \left[c_2 - c_1 c_0 \frac{b_1 + d_1}{b_0^2} - c_0 \frac{(b_2 + d_2)}{b_0} - c_0 \frac{b_1 d_1}{b_0^2} + \frac{(b_1 + d_1)^2}{b_0^2} \right]$$

$$+ \frac{3}{2} \cdot \left[-\frac{1}{4}(x-y)^2 + \frac{1}{8}(x-y)^2 \right] + 3 \left[-\frac{5}{4}(2x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{8}(2x^2 + y^2 + z^2 + 6xyz) \right]$$

Handwritten notes and calculations, including various fractions and algebraic expressions, some crossed out.

Druck von erthyk des Kollekt - Zeitschrift 1916

$$\frac{1.1 \cdot 10^{-6}}{\cancel{0.01}} \cdot \frac{(0.01)^2}{4 \pi^2} = \frac{1.1}{4} \cdot 10^{-9} = \frac{11}{4} \cdot \frac{10^{-10}}{a^2} = 1$$

$$a = \sqrt{\frac{11}{4}} \cdot 10^{-5}$$

$$= \sqrt{2.75} \cdot 10^{-5}$$

$$1.6 \cdot 10^{-5}$$

$$2a = 3.2 \cdot 10^{-5} = 300 \mu\text{m}$$

Kall Z. 11, 280, 1912

In diese Annahme ~~hinsichtlich~~ auch die Hypothese ~~anknüpfen~~ mittels aller Tatsachen ~~gesehen~~
Hitzig ~~in~~ ^{letzte} ~~dem~~ ^{einzelnen} ~~Umstand~~ ^{der} ~~bezüglich~~ ^{der} ~~Erklärung~~, dass die Teilchen von einer ~~Abgrenzung~~
konstanter Dichte ~~umgeben~~ sind, ~~was~~ ^{was} mit unserer Annahme in ~~Übereinstimmung~~ ^{Übereinstimmung} bringen ~~lässt~~, ~~und~~
(ca 0.87 cm) ^{schon} ~~indem es annimmt~~

was ~~erklärt~~ ^{ist} ~~es~~ ^{für} ~~kleine~~ ^{Teilchen} ~~wurde~~ ^{die} ~~Vorgabe~~ ^{des} ~~q~~ ^{bedingen} ~~wird~~.

Die Einstein'sche Rechnung ~~beruht~~ ^{beruht} ~~auf~~ ^{auf} ~~der~~ ^{der} ~~Annahme~~ ^{Annahme} ~~der~~ ^{der} ~~Viskositätstheorie~~,
dass die Flüssigkeit an der Oberfläche der Teilchen ~~haftet~~ ^{haftet}, ~~aber~~ ^{aber} ~~es~~ ^{es} ~~wäre~~ ^{wäre} ~~nicht~~ ^{nicht} ~~ausgeschlossen~~,

*) ~~Um~~ ^{Um} ~~ein~~ ^{ein} ~~Abverständnis~~ ^{Abverständnis} ~~zu~~ ^{zu} ~~erlangen~~ ^{erlangen} ~~betonen~~ ^{betonen} ~~wir~~, ~~dass~~ ^{dass} ~~also~~ ^{also} ~~(in~~ ⁽ⁱⁿ ~~der~~ ^{der} ~~„glatten“~~ ^{„glatten“} ~~Kugel~~ ^{Kugel} ~~vor~~ ^{vor} ~~ausgeht~~ ^{ausgeht} ~~wird~~ ^{wird}

dass die Grenzschichten der Flüssigkeit (ähnlich wie die ~~osmotische~~ ^{osmotische} ~~Kapillarschicht~~ ^{Kapillarschicht}) ~~ist~~ ^{ist} ~~andere~~ ^{andere} ~~mechanische~~ ^{mechanische}
Eigenschaften besitzen wie das Innere und ~~ihre~~ ^{ihre} ~~Veränderung~~ ^{Veränderung} ~~im~~ ^{im} ~~großen~~ ^{großen} ~~Zusammenhang~~ ^{Zusammenhang} ~~steht~~ ^{steht} ~~mit~~ ^{mit} ~~der~~ ^{der} ~~Flüssigkeit~~ ^{Flüssigkeit} ~~und~~ ^{und} ~~der~~ ^{der} ~~Temperatur~~ ^{Temperatur} ~~abhängig~~ ^{abhängig} ~~ist~~ ^{ist}

Schreiber

Erster ^{bestimmter} ~~erprobter~~ bekanntlich die Proportionalität mit φ und die Unabhängigkeit von φ der Teilchenzahl, dass der Zahlenfaktor irgend wie im Mittel zu 2.9 anstatt 2.5. Nimmt...

Die ~~Berechnungs~~ Annäherungsberechnung nach Einstein's Methode weiterzuführen, würde eine enorme Rechenarbeit erfordern, aber es lässt sich mit ~~einer~~^{einiger} Wahrscheinlichkeit voraussagen, dass das nächste Glied der Reihenentwicklung die Größenordnung $\left(\frac{1}{R}\right)^5$ oder $\varphi^{\frac{5}{3}}$ besitzen wird und dieses kann sich wohl schon bei 2-3% Toluolkonzentrationen fühlbar machen. Um dies besser zu veranschaulichen, führen wir in Tabelle (D) die von Sm Oden ~~für~~^{an jenen} ~~in~~^{sublimierten} trockene Luft bei einer Temp. 20° gemessenen Viskositäten an, wobei ~~die entsprechenden Toluolkonzentrationen~~^{nach Formel (9)}, (den ~~dazugehörigen~~^{Werten} zuzuberechnen) ~~Werte~~^{Werte} sind den

[Faint handwritten notes at the bottom of the page]

Doris

The first of these is the fact that the
 second of these is the fact that the
 third of these is the fact that the

The first thing I did was to go to the bank and see what the interest was on the money I had deposited. I found that it was 4 per cent. I then went to the post office and saw what the rates were for the different kinds of postage. I found that it was 3 cents for a letter and 5 cents for a newspaper. I then went to the grocery store and saw what the prices were for the different kinds of food. I found that it was 10 cents for a loaf of bread and 20 cents for a pound of meat. I then went to the drug store and saw what the prices were for the different kinds of medicine. I found that it was 50 cents for a bottle of medicine and 1 dollar for a box of medicine. I then went to the hardware store and saw what the prices were for the different kinds of tools. I found that it was 1 dollar for a hammer and 2 dollars for a saw. I then went to the clothing store and saw what the prices were for the different kinds of clothes. I found that it was 5 dollars for a suit and 10 dollars for a pair of shoes. I then went to the furniture store and saw what the prices were for the different kinds of furniture. I found that it was 100 dollars for a sofa and 200 dollars for a bed. I then went to the jewelry store and saw what the prices were for the different kinds of jewelry. I found that it was 50 dollars for a watch and 100 dollars for a necklace. I then went to the bookstore and saw what the prices were for the different kinds of books. I found that it was 1 dollar for a novel and 2 dollars for a textbook. I then went to the music store and saw what the prices were for the different kinds of music. I found that it was 1 dollar for a record and 2 dollars for a CD. I then went to the toy store and saw what the prices were for the different kinds of toys. I found that it was 1 dollar for a doll and 2 dollars for a car. I then went to the pet store and saw what the prices were for the different kinds of pets. I found that it was 10 dollars for a cat and 20 dollars for a dog. I then went to the flower store and saw what the prices were for the different kinds of flowers. I found that it was 1 dollar for a bouquet and 2 dollars for a vase. I then went to the candle store and saw what the prices were for the different kinds of candles. I found that it was 1 dollar for a candle and 2 dollars for a box of candles. I then went to the soap store and saw what the prices were for the different kinds of soap. I found that it was 1 dollar for a bar of soap and 2 dollars for a box of soap. I then went to the paper store and saw what the prices were for the different kinds of paper. I found that it was 1 dollar for a sheet of paper and 2 dollars for a box of paper. I then went to the paint store and saw what the prices were for the different kinds of paint. I found that it was 1 dollar for a can of paint and 2 dollars for a box of paint. I then went to the glue store and saw what the prices were for the different kinds of glue. I found that it was 1 dollar for a can of glue and 2 dollars for a box of glue. I then went to the thread store and saw what the prices were for the different kinds of thread. I found that it was 1 dollar for a spool of thread and 2 dollars for a box of thread. I then went to the needle store and saw what the prices were for the different kinds of needles. I found that it was 1 dollar for a needle and 2 dollars for a box of needles. I then went to the button store and saw what the prices were for the different kinds of buttons. I found that it was 1 dollar for a button and 2 dollars for a box of buttons. I then went to the zipper store and saw what the prices were for the different kinds of zippers. I found that it was 1 dollar for a zipper and 2 dollars for a box of zippers. I then went to the elastic store and saw what the prices were for the different kinds of elastic. I found that it was 1 dollar for a piece of elastic and 2 dollars for a box of elastic. I then went to the ribbon store and saw what the prices were for the different kinds of ribbon. I found that it was 1 dollar for a piece of ribbon and 2 dollars for a box of ribbon. I then went to the lace store and saw what the prices were for the different kinds of lace. I found that it was 1 dollar for a piece of lace and 2 dollars for a box of lace. I then went to the fabric store and saw what the prices were for the different kinds of fabric. I found that it was 1 dollar for a piece of fabric and 2 dollars for a box of fabric. I then went to the yarn store and saw what the prices were for the different kinds of yarn. I found that it was 1 dollar for a ball of yarn and 2 dollars for a box of yarn. I then went to the thread store and saw what the prices were for the different kinds of thread. I found that it was 1 dollar for a spool of thread and 2 dollars for a box of thread. I then went to the needle store and saw what the prices were for the different kinds of needles. I found that it was 1 dollar for a needle and 2 dollars for a box of needles. I then went to the button store and saw what the prices were for the different kinds of buttons. I found that it was 1 dollar for a button and 2 dollars for a box of buttons. I then went to the zipper store and saw what the prices were for the different kinds of zippers. I found that it was 1 dollar for a zipper and 2 dollars for a box of zippers. I then went to the elastic store and saw what the prices were for the different kinds of elastic. I found that it was 1 dollar for a piece of elastic and 2 dollars for a box of elastic. I then went to the ribbon store and saw what the prices were for the different kinds of ribbon. I found that it was 1 dollar for a piece of ribbon and 2 dollars for a box of ribbon. I then went to the lace store and saw what the prices were for the different kinds of lace. I found that it was 1 dollar for a piece of lace and 2 dollars for a box of lace. I then went to the fabric store and saw what the prices were for the different kinds of fabric. I found that it was 1 dollar for a piece of fabric and 2 dollars for a box of fabric. I then went to the yarn store and saw what the prices were for the different kinds of yarn. I found that it was 1 dollar for a ball of yarn and 2 dollars for a box of yarn.

Report entire down Town Creek - and down to the other side of the bridge - then at the creek - reached
the bottom of the valley - and the water was very shallow - and the water was very shallow - and the water was very shallow

$\theta = 90^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 11 \cdot \sin 90^\circ = 66 \text{ cm}^2$ for area of whole triangle
 $\text{Area of } \triangle ABC = 0$

and Paul did not see me, and was killed here. The doctor and wife

1. *Chrysomelidae* (100) 2. *Curculionidae* (100) 3. *Chrysomelidae* (100) 4. *Chrysomelidae* (100) 5. *Chrysomelidae* (100) 6. *Chrysomelidae* (100) 7. *Chrysomelidae* (100) 8. *Chrysomelidae* (100) 9. *Chrysomelidae* (100) 10. *Chrysomelidae* (100) 11. *Chrysomelidae* (100) 12. *Chrysomelidae* (100) 13. *Chrysomelidae* (100) 14. *Chrysomelidae* (100) 15. *Chrysomelidae* (100) 16. *Chrysomelidae* (100) 17. *Chrysomelidae* (100) 18. *Chrysomelidae* (100) 19. *Chrysomelidae* (100) 20. *Chrysomelidae* (100) 21. *Chrysomelidae* (100) 22. *Chrysomelidae* (100) 23. *Chrysomelidae* (100) 24. *Chrysomelidae* (100) 25. *Chrysomelidae* (100) 26. *Chrysomelidae* (100) 27. *Chrysomelidae* (100) 28. *Chrysomelidae* (100) 29. *Chrysomelidae* (100) 30. *Chrysomelidae* (100) 31. *Chrysomelidae* (100) 32. *Chrysomelidae* (100) 33. *Chrysomelidae* (100) 34. *Chrysomelidae* (100) 35. *Chrysomelidae* (100) 36. *Chrysomelidae* (100) 37. *Chrysomelidae* (100) 38. *Chrysomelidae* (100) 39. *Chrysomelidae* (100) 40. *Chrysomelidae* (100) 41. *Chrysomelidae* (100) 42. *Chrysomelidae* (100) 43. *Chrysomelidae* (100) 44. *Chrysomelidae* (100) 45. *Chrysomelidae* (100) 46. *Chrysomelidae* (100) 47. *Chrysomelidae* (100) 48. *Chrysomelidae* (100) 49. *Chrysomelidae* (100) 50. *Chrysomelidae* (100) 51. *Chrysomelidae* (100) 52. *Chrysomelidae* (100) 53. *Chrysomelidae* (100) 54. *Chrysomelidae* (100) 55. *Chrysomelidae* (100) 56. *Chrysomelidae* (100) 57. *Chrysomelidae* (100) 58. *Chrysomelidae* (100) 59. *Chrysomelidae* (100) 60. *Chrysomelidae* (100) 61. *Chrysomelidae* (100) 62. *Chrysomelidae* (100) 63. *Chrysomelidae* (100) 64. *Chrysomelidae* (100) 65. *Chrysomelidae* (100) 66. *Chrysomelidae* (100) 67. *Chrysomelidae* (100) 68. *Chrysomelidae* (100) 69. *Chrysomelidae* (100) 70. *Chrysomelidae* (100) 71. *Chrysomelidae* (100) 72. *Chrysomelidae* (100) 73. *Chrysomelidae* (100) 74. *Chrysomelidae* (100) 75. *Chrysomelidae* (100) 76. *Chrysomelidae* (100) 77. *Chrysomelidae* (100) 78. *Chrysomelidae* (100) 79. *Chrysomelidae* (100) 80. *Chrysomelidae* (100) 81. *Chrysomelidae* (100) 82. *Chrysomelidae* (100) 83. *Chrysomelidae* (100) 84. *Chrysomelidae* (100) 85. *Chrysomelidae* (100) 86. *Chrysomelidae* (100) 87. *Chrysomelidae* (100) 88. *Chrysomelidae* (100) 89. *Chrysomelidae* (100) 90. *Chrysomelidae* (100) 91. *Chrysomelidae* (100) 92. *Chrysomelidae* (100) 93. *Chrysomelidae* (100) 94. *Chrysomelidae* (100) 95. *Chrysomelidae* (100) 96. *Chrysomelidae* (100) 97. *Chrysomelidae* (100) 98. *Chrysomelidae* (100) 99. *Chrysomelidae* (100) 100. *Chrysomelidae* (100)

in the ... of the ...

I have been thinking of you very much lately
 and wondering how you are getting on.

& Werten welche durch die obige Einwirkung verändert werden
 nach Formel () auf experimentelle Verhältnisse übertragen. Es ~~läßt~~ ^{besteht} da offenbar gar keine Annäherung an die
 Wirklichkeit. Doch lassen sich ohne weiteres Formeln konstruieren, welche für sehr ~~geringen~~ verdünnte
 Lösungen mit der Einstein'schen () identisch werden, aber für höhere Konzentrationen ^{mit} den experimentellen Zahlen
^{ausgütet} anschließen. Dagegenweise führe ich die Formel an

nach welcher die Zahlen der Reihe berechnet wurde. Man sieht dass sie das allgemeine Verhalten ganz befriedigend wiedergibt, ~~und~~ bei geringer Konzentration ^($\varphi = 0.063$) ~~mit dem experimentellen Wert~~ ^{Angabe} für ~~$\varphi = 0.01$ bis~~ ~~zu~~ ^{sehr} geringen Übereinstimmung und für große Verdünnung ~~zu~~ () übergeht.

Der Vorzug ist ebenfalls natürlich mit ^{beizulegen} ~~keiner~~ ^{keiner} Bedeutung ~~zu~~ ^{zu} führen sie nur an von zu belegen,

die Selbsttätigkeiten der linearen Abhängigkeit stark

ist kleiner als $\frac{1}{2}$ mit der
natürlich nicht.

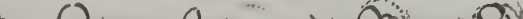
1. + 1000 ...

Daß die faktische Unvollständigkeit derselben einschränken, nicht. ~~Über ein angebotenes Thema ist wohl angedacht~~
~~Dringend erwünscht wären offener, freier Aussagen über ein gegebenes Verhältniß~~
 (Die Klärung der Frage wird weiter dringend erwünscht. Sie würden die Richtigkeit bieten,
 ungescheit, für alle Thesenansprüche geltende Formeln abzuleiten.

von Dimeritengrad unabhängig ist, während andererseits bei Regulation meist sehr bedeutend

Vervielfachung erfolgt, und ~~unter~~ ^{in planter} letztere durch ~~einige~~ ^{solche} Hypothese (betreffs Adaptionshik-?)
~~erklärt zu werden.~~ erklären zu müssen.

Dementsprechend können wir, dass das Geste von der Unabhängigkeit vom Dispersionsgrad keine Anwendung findet, sobald letzteres sich infolge Koagulation ändert, da ja in diesem Falle auch die Gestalt der sich bewegenden ~~Teilchen~~^{Einzelt.} Komplex ~~sich~~^{im Laufe} verändert wird. Würden sich also je zwei kugelförmige Teilchen ~~zusammenlagern~~^{näher zusammen}, so wirkte ~~dieses~~^{ein} Doppeltailchen selbstverständlich mit stärkerer ~~Kraft~~^{als Kugel}.


 eine Kugel von doppeltem Volumen, ~~die~~ die
 in der Einsenkung solcher beiden Kugeln folgende
 Einsenkung so sehr immittelbar ist

ebenso wie ein ^{komprimiertes} ellipsoideales Teilchen eine stärkere Wirkung haben muss als eine Kugel von gleichem Volumen.

dem frühen Sterben infolge. Man kann mit ^{dies} ~~der~~ auch ^{etwas} verständlich machen, indem man ~~das~~ ^{man} ~~das~~ ^{das}

[Faint, mostly illegible handwritten text at the top of the page, possibly bleed-through from the reverse side.]

wonach bei dieser sehr geringen Elektrolyse (Kleinmengen-Zerlegung) eine Verminderung der Viskosität, d.h. bei großen Mengen eine Vermehrung eintreten wird.

Jedenfalls ist die Erklärung noch weiterer Aufklärung bedürftig, und ist Vauthier's Hypothese, dass sie auf einer Dissoziation beruhe, noch nicht als erwiesen zu betrachten.

(Aber die Wirkung der Elektrolyse ist nicht zu verkennen)
 und dass durch die Elektrolyse die Hypothese aufgestellt werden kann, dass die Ströme der Elektrolyse solche Teilchen verdrängen, welche die Stabilität der Elektrolyse zu erklären vermag.

[Faint handwritten text continues at the bottom of the page.]

Toll 2. 8, 34, 1911; 11, 284, 1912; 12, 238, 1913

Hatschek hat bekanntlich für stark konzentrierte Kolloide eine Formel aufgestellt (welche sich in der obigen Darstellung darstellen lässt als:

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 - \eta_0}$$

Diese mag in manchen Fällen eine recht brauchbare Interpolationsformel sein, doch kommt ihr eine allgemeine Bedeutung nicht zu, denn sie ist nicht rational begründet. Auf starke Kugelsuspensionen ist sie nicht anwendbar, und in der Tat schränkt Hatschek ihre Gültigkeit auf Systeme ein, die sich als Tropfen, elastische Körper verhalten. Sind die Teilchen selbst deformierbar (Tropfen, elastische Körper) so muss jedes Verhalten von der Scherungsgeschwindigkeit abhängen, wie Hatschek sehr treffend bemerkt, aber es lässt sich dann ein allgemeines Gesetz gar nicht aufstellen lassen; auch ist es da gewahrt verstanden wenn die Viskosität der disp. Phase ganz gleichgültig sein sollte.

~~aber~~ infolge jener Erhöhung im Verhältnis von $1: 1 + \left(\frac{K_{\text{sp}} - y_2}{4n}\right)^2 \frac{6}{a^2 \gamma}$

vermehrt wird, wo $K(\varphi_1 - \varphi_2)$ die Potentialdifferenz der Doppelschichten, a den Radius des Zylinders,

δ den spezifischen Widerstand (im elektrostatischen Mass) und γ die Fähigkeit des Blümpfens bedeutet.

Sohn (König),
Diese Wirkung ist ~~so~~ wie ich immer bemerkt habe, erst ~~da~~ seitdem merklich wurde,
~~als ich heute das~~

Kommt also für die Frage der Stabilität praktisch ^{wenn} ~~nur~~ in Betracht; überhaupt ^{wenn wir heute noch} ~~keine~~ es best. Kriterien
findet man nur auf die Frage ^{Vorlesung} ~~anhand~~.
^{man kann} Fall übertragen. Wenn man

~~Einige Analogie~~ ~~Fall~~ kann sich auch auf ^{miesen} jetzigen Fall übertragen. Wenn man
*)

Ersteins Viskositätsberechnung durch Ausbreitung einer Kolloidale Ströme regiert, findet man
~~hier~~ für Kugelförmige Teilchen:

$$\eta = \eta_0 \left[1 + \frac{\epsilon}{2} \varphi \left[1 + \frac{\epsilon}{\sigma_f} \left(\frac{\kappa_{gr} \eta}{2n} \right)^2 \right] \right]$$

$$\eta = \eta_0 \left[1 + \frac{\epsilon}{2} \varphi \left(1 + \frac{\mu \epsilon}{2\eta} \left(\frac{\kappa_1 \eta - \eta_0}{2\eta} \right)^2 \right) \right]$$

~~Arbeitswert~~ $K(\varphi_1 - \varphi_0) = 3 \text{ Volt} = 0.01 \text{ (GSS)}$; $\delta = 10^6 \frac{\text{Gauss}}{\text{cm}}$; $\mu = 0.01$ angenommen,

so würde für Teilchen von Durchmesser $2a = 300 \mu\text{m}$ der Zickpunkt um $\frac{1}{2}$ des

~~von $\frac{5}{2} \varphi$ auf 5φ steigen~~ 5φ antwort $\frac{5}{2} \varphi$ beträgt, wäre also schon sehr unethisch.

Die Durch Elektrolyt ersetzte ~~Leuchte~~^{Leuchte} muss die ~~Leuchte~~^{Leuchte} (Körper) in Null gemacht werden, falls der
elektrische Punkt verändert wird, vor allem aber würde der spezifische Widerstand ρ sehr rasch abnehmen,
so dass bereits sehr geringe ~~Spannungen~~^{Konstanten} ~~Leuchte~~^{Leuchte} einen ~~schlechten~~^{schlechten} „Glow-Effekt“ ^{Leuchte} Effekte zum Verschwinden
bringen würden.

Ob die Doppelschicht Theorie bei ... 10. ... ^{nach} ... das ist, wenn es überbracht.

Es ~~bildet~~^{bildet} diese Rechnung - wie alles was wir über jene Teilchen besagten ~~Aufmerksamkeit~~^{Aufmerksamkeit}

Extrapolation ~~der~~ ^{aus} der im makroskopischen Gebiet noch gültigen Gesetze auf das ultramikroskopische Gebiet.
und es ~~ist~~ ^{kann man durch} ~~manuelle~~ ^{entsprechende} ~~empfindliche~~ ^{verändern} ~~Störungen~~ ^{in der Lage} ~~zu vermeiden~~ ^{zu vermeiden}, inwieweit dieselbe in Wirklichkeit
Störungen ~~es~~ ^{ist} ~~schon~~ ^{ist} ~~mir~~ ^{ist} ~~interessant~~ ^{ist} ~~obwohl~~ ^{ist} ~~der~~ ^{ist} ~~Ubergang~~ ^{ist} ~~des~~ ^{ist} ~~Theorie~~ ^{ist} ~~zu~~ ^{ist} ~~folgen~~ ^{ist} ~~beruht~~ ^{ist} ~~ist~~.

Da interessiert mich das Sache interessiert genug um ~~hier eine~~ ^{vielleicht} ~~einige~~ ^{einige} ~~genau~~ ^{genau} ~~experimentelle~~ ^{experimentelle} Prüfung zu ~~unternehmen~~ ^{nehmen}

~~mit jenen Fragen zu beantworten. Diese dürften sich vielleicht so lösen. Schwefelsteine besonders fest liegen~~

Als eine durchgehende Fingerring könnte man auch eine Brille mit Seidenfassung durchsetzen

Right likewise ~~and~~ and Jim DeBoltung Lou Odens the explaining funny, wasn't even

von ^{nicht grobe} Sol, flüchtiger, Konzentration (50 gr. pro 100 cm³), ~~ist~~ ^{ist} einem ~~bestimmten~~ ^{bestimmten} ganz kolossalen Verhältnisse unterworfen

05750 Apr 03702
aufweisen; die Ursache konnte darin liegen, dass uterus (das submukroskopische) ohne Salzesorte
(das mukroskopische) (elektromotischen Zirkelpunkte)

verwendet wird, ^(das am kleinsten) 0.76 gr. NaCl auf 100 cm^3 entfällt, also den ^{(differenziellen) ~~effekt~~} Effekt nicht

aufzulesen konnte.

~~Sowas~~ Auf dem roten Rock scheint es sehr verlockend, vom tiefen Standpunkt auch die von
P. ... Ein ... 11? ... 12 von der ... Lady zu

Pauli u. a. an Einzel- Solen konstatierte Abhängigkeit der Viskosität von der elektrischen Ladung zu
erhalten. Zeitabhängigkeit
Es ist möglich, dass nicht bei näherer Untersuchung die ~~Wirkung~~ ^{Wirkung} die in Betracht kommenden Salzkonzentrationen

interpretieren, doch spricht bei näherer Untersuchung die ~~Wahrscheinlichkeit~~ die von Schacht genommenen ~~Verhältnisse~~
~~Verhältnisse~~ auch den ~~Verhältnissen~~ gegen eine solche Hypothese.

Wachheit ist der Abstand lyrischen Teilwerts von dem Sagenwert, der so groß, dass man bei Überlegen die auf letzteren

benötigen physikalische Größen sind sehr verschieden in manch.



$$\frac{1}{4} \left(\frac{g - g_0}{g_0} \right) + \dots$$

... what was so ...

我々が、この「新編」を出版するに際しては、

... ..

[Faint handwritten notes at the bottom of the page]

(大)

1. The first part of the document is a list of names and addresses, which appears to be a directory or a list of contacts. The names are written in a cursive script, and the addresses are listed below them.

1871

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

$$T_{\text{max}} = 100^\circ\text{C} = 373\text{K} \quad T_{\text{min}} = 0^\circ\text{C} = 273\text{K}$$

... ..

[Faint handwritten notes at the bottom of the page]

此後，我與他相識，他對我說，他是一個愛國者，他是一個愛國者，他是一個愛國者。

...the ... of the ...

[Faint handwritten notes at the bottom of the page]

Thomas Smith

of the highest quality in the

... ..

...the ... of the ...

1. The first part of the document is a list of names and addresses, which appears to be a directory or a list of subscribers. The names are written in a cursive script, and the addresses are listed below them.

1. The first part of the document is a list of names and dates, which appears to be a record of some kind. The names are written in a cursive script, and the dates are in a more formal, printed style. The list is organized into two columns, with names on the left and dates on the right.

... of the

... ..

— The

[Faint, illegible handwriting]

It is a very good thing that you have been able to get the book.

to the ...

... ..

02420 0.980

[Faint handwritten notes at the bottom of the page]

1. *Chrysomelidae* (Colorado potato beetle)

Thurs. - 10/10/18

(Faint handwritten notes at the bottom of the page)

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -1 & i \end{pmatrix}$

1. The first part of the document is a list of names and dates, which appears to be a record of some kind. The names are written in a cursive script, and the dates are in a more formal, printed style. The list is organized into two columns, with names on the left and dates on the right.

[illegible]

[Faint handwritten notes at the bottom of the page]

1. The first part of the paper is devoted to a general discussion of the problem of the existence of a solution of the system of equations (1) for arbitrary values of the parameters α and β . It is shown that the system of equations (1) has a solution for arbitrary values of the parameters α and β if and only if the condition $\alpha + \beta = 1$ is satisfied.

... ..

